

# Ἡ διατονικὴ Κλίμακα τοῦ Χρυσάνθου 12-9-7

Δρ. Παναγιώτης Δ. Παπαδημητρίου

Ἱστορία ἄρθρου:

πρώτη διαδικτυακὴ ἔκδοση 12/8/2005

τρίτη διαδικτυακὴ ἔκδοση 16/8/2005

Τὸ ἄρθρο ἀπὸ τὴν ἔκδοση τοῦ 2005, ἐνημερώθηκε στίς 7/3/2014 **μόνο** ὡς πρὸς τὴν γλῶσσα συγγραφῆς (σὲ λιγοστὲς παραγράφους), διορθωθείσης τῆς ἐκ νεότητος γλώσσης μας, καὶ στίς 12/3/2014 προσθεθείσης τῆς ἀναφορᾶς στὸν κ. Ἀρβανίτη (footnote #2).

τρέχουσα διαδικτυακὴ ἔκδοση 12/3/2014.

τοποθεσία ἄρθρου: <http://psaltiki.gr/articles/papadimitriou/004-xrusan0os-diatonikh-papadimitriou.pdf>

## 1. Γενικά

Ὡς γνωστόν, ὁ Χρυσάνθος<sup>1</sup> δίνει τὴν διατονικὴ κλίμακα σὲ τμήματα (γραμμές) 12-9-7-12-12-9-7. Κατ' ἀρχὴν χρειάζεται προσοχὴ καθότι τὰ τμήματα τοῦ Χρυσάνθου προκύπτουν ἀπὸ λόγους μηκῶν, καὶ ὡς ἐκ τούτου φαίνεται ὅτι δὲν εἶναι τὰ γνωστά μας μουσικὰ διαστήματα<sup>2</sup> (κόμματα), ὡς π.χ. τῆς Μουσικῆς Ἐπιτροπῆς τοῦ 1881, ἢ τῆς Εὐρωπαϊκῆς μουσικῆς. Ἀνεξαρτήτως αὐτοῦ, εἶναι γεγονός (καὶ ἄγνωστο ἐν πολλοῖς) ὅτι οἱ ἀπλοὶ ἀριθμητικοὶ ὑπολογισμοὶ τοῦ Χρυσάνθου στὸν προσδιορισμὸ τῶν τμημάτων 12, 9, 7 εἶναι μερικῶς λανθασμένοι. Τὴν ὑπόδειξη τοῦ λάθους τοῦ Χρυσάνθου ἐπισημαίνει ἡ Ἐπιτροπὴ τοῦ 1881<sup>3</sup>, ἀλλὰ χωρὶς ἀρκετὲς λεπτομέρειες, ἀσκῶντας πάντως δορυμντάτη κριτικὴ. Σὲ αὐτὸ τὸ ἄρθρο μας, ὑποδεικνύουμε τὸ ἀριθμητικὸ λάθος τοῦ Χρυσάνθου (δηλ. σύμφωνα μὲ τὴν μεθοδολογία του: τὰ τμήματα δι-κε, κε-ζω, ζω-νη εἶναι 12, 8, 7, καὶ ὡς ἐκ τούτου τὸ ἄθροισμα τῶν τμημάτων του εἶναι ὄχι 68, ἀλλὰ 66), ἀλλὰ καὶ τὸ ἀσυμβίβαστον τῆς μεθοδολογίας του, καὶ σχολιάζουμε σχετικᾶ.

## 2. Ἡ διατονικὴ κλίμακα τοῦ Χρυσάνθου.

Ὁ καθορισμὸς τῶν διαστημάτων (τῆς διατονικῆς κλίμακας) κατὰ τὸν Χρυσάνθο, δίνεται στὶς σελίδες 26-28 τοῦ μεγάλου θεωρητικοῦ του<sup>4</sup> (σχῆμα 1):

- Διαίρεσε τὸ διάστημα Ο-Δι (μῆκος 1) σὲ 9 ἴσα μέρη καὶ βάλε τὸν **κε** ἐπὶ τοῦ πρώτου μέρους τοῦ ἀπὸ τοῦ Δι. Ἄρα,

$$Ο-κε = 8/9, \text{ καὶ } Δι-κε = 1/9.$$

- Διαίρεσε τὸ διάστημα Ο-κε σὲ 12 ἴσα μέρη, καὶ βάλε τὸν **ζω** ἐπὶ τοῦ πρώτου μέρους τοῦ ἀπὸ τοῦ κε. Ἄρα,

$$Ο-ζω = 8/9 - 8/9 \times 1/12 = 22/27, \text{ καὶ } κε-ζω = 8/9 \times 1/12.$$

- Διαίρεσε τὸ διάστημα Ο-Δι σὲ 4 ἴσα μέρη, καὶ βάλε τὸν **νη** ἐπὶ τοῦ πρώτου μέρους τοῦ ἀπὸ τοῦ Δι. Ἄρα,

$$Ο-νη = 3/4, \text{ καὶ } ζω-νη = 22/27 - 3/4 = 7/108.$$

- Διαίρεσε τὸ Ο-νη σὲ 9 ἴσα μέρη, καὶ βάλε τὸν **πα** ἐπὶ τοῦ πρώτου μέρους τοῦ ἀπὸ τοῦ νη. Ἄρα,

$$Ο-πα = 8/9 \times 3/4 = 2/3, \text{ καὶ } νη-πα = 3/4 - 2/3 = 1/12.$$

---

<sup>1</sup> Χρυσάνθου τοῦ ἐκ Μαδύτων, Θεωρητικὸν Μέγα τῆς Μουσικῆς, Τεργέστη 1832 (ἀνατύπωσις ἐκδ. Κουλτούρα).

<sup>2</sup> Ὁ πρῶτος (ὡς γνωρίζουμε) ποὺ τὸ παρατήρησε αὐτὸ εἶναι ὁ κ. Ἰωάννης Ἀρβανίτης στὸ φόρουμ byzantinechant, ὁ ὁποῖος γνωστοποίησε συνάμα καὶ τὸν συγκεκρισμὸ τοῦ Παγκρατίου σὲ 12-9-9, 14/5/2005.

<sup>3</sup> Μουσικὴ Ἐπιτροπὴ τοῦ Οἴκ. Πατρ. (1881), Στοιχειώδης διδασκαλία τῆς Ἐκκλησιαστικῆς Μουσικῆς - ἐκπονηθεῖσα ἐπὶ τῆ βάσει τοῦ ψαλτηρίου, Κωνσταντινούπολις 1888 (ἀνατύπ. ἐκδ. Κουλτούρα), σ. 10.

<sup>4</sup> Χρυσάνθου τοῦ ἐκ Μαδύτων, ὁ.π..

- Διαίρεσε τὸ Ο-πα σὲ 12 ἴσα μέρη, καὶ βάλε τὸν **βου** ἐπὶ τοῦ πρώτου μέρους τοῦ ἀπὸ τοῦ πα. Ἄρα,

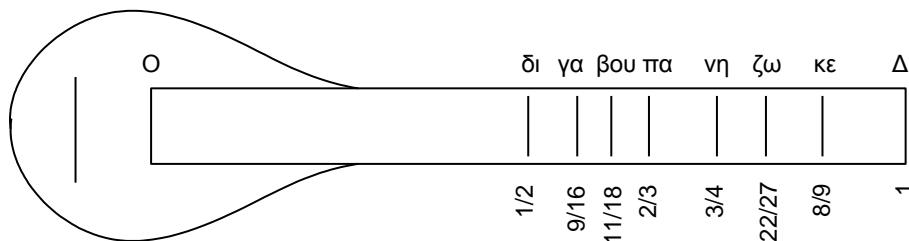
$$\text{Ο-βου} = 11/12 \times 2/3 = 11/18, \text{ καὶ πα-βου} = 2/3 - 11/18 = 1/18.$$

- Διαίρεσε τὸ Ο-Δι σὲ 2 ἴσα μέρη, καὶ βάλε τὸν **δι**. Ἄρα,

$$\text{Ο-δι} = 1/2 \times 1 = 1/2.$$

- Διαίρεσε τὸ δι-Δι σὲ 8 ἴσα μέρη, καὶ βάλε τὸν **γα** ἐπὶ τοῦ πρώτου μέρους τοῦ ἀπὸ τοῦ δι. Ἄρα

$$\text{Ο-γα} = 1/2 + 1/8 \times 1/2 = 9/16, \text{ καὶ βου-γα} = 11/18 - 9/16 = 7/144, \text{ καὶ γα-δι} = 9/16 - 1/2 = 1/16.$$



Σχῆμα 1. Κατασκευὴ τῆς διατονικῆς κλίμακας τοῦ Χρυσάνθου.

### 3. Ὁ ὑπολογισμὸς τῶν τμημάτων κατὰ τὸν Χρυσάνθο καὶ τὸ λάθος του

Γράφει ὁ Χρυσάνθος, στὴν σ. 26 τοῦ μεγάλου θεωρητικοῦ<sup>5</sup> του:

«Τὰ διαστήματα δι κε, κε ζω, ζω νη, ὅτι ἔχουσι λόγον τοιοῦτον, 12, 9, 7, δεικνύεται ἐντεῦθεν ὡς δι κε : κε ζω :: 1/9 : 1/12, ἤγουν 4/36 : 3/36. ἀλλὰ μὴν ὡς 4/36 : 12 :: 3/36 : χ, ὅ ἐστι, 4 : 12 . 36 :: 3 : 36 χ, ἄρα 4 . 36 χ = 12 . 36 . 3. ἄρα χ=9.

Ὅταν ὅλη ἡ χορδὴ ὑποτεθῆ 27, τῷ μὲν Δι ἀναλογεῖ τὸ 27/27 κλάσμα, ἤγουν τὸ 1. τὸ δὲ κε, τὸ 24/27, ἤγουν τὸ 8/9. τῷ δὲ ζω, τὸ 22/27. καὶ τῷ νη, τὸ 3/4. ἄρα καὶ τῷ διαστήματι ζω νη, τὸ 7/108. διότι  $1/4 - 5/27 = 27/108 - 20/108 = 7/108$ . ὅθεν ὡς δι κε : ζω νη :: 1/9 :

$7/108$ . ἀλλὰ μὴν ὡς  $1/9 : 12 :: \frac{7}{12 \cdot 9} : \chi$ . ἄρα  $1/9 \chi = \frac{12 \cdot 7}{12 \cdot 9} = 7/9$  ὥστε  $\chi = \frac{7 \cdot 9}{9 \cdot 1} = 63/9 = 7$ .

Οἱ παραπάνω ὑπολογισμοὶ τοῦ Χρυσάνθου<sup>6</sup>, θὰ μπορούσαν νὰ γραφοῦν ἀπλούστατα ὡς ἑξῆς:

<sup>5</sup> Χρυσάνθου τοῦ ἐκ Μαδύτων, ὁ.π..

<sup>6</sup> Οἱ ὑπολογισμοὶ τοῦ Χρυσάνθου μπερδεύουν μὲ τὴν πρώτη ματιά. Ἐπίσης, ὁ Χρυσάνθος στοὺς ὑπολογισμοὺς του, ὅταν ἐμφανίζει τὸ 12 καὶ τὸ χ, ὑποννοεῖ ὅτι τὸ 12 ἀντιστοιχεῖ στὸ δι κε, καὶ φυσικὰ τὸ χ στὸ ἄλλο (ζητούμενο) διάστημα.

$$\langle \text{δι κε} : \text{κε ζω} = 1/9 : 1/12 = 12/9$$

καὶ

$$\text{δι κε} : \text{ζω νη} = 1/9 : 7/108 = 12/7.$$

Ἄρα ἔδειξε ὁ Χρυσάνθος ὅτι τὰ διαστήματα δι κε, κε ζω, ζω νη, «ἔχουσι λόγον τοιοῦτον, 12, 9, 7».

### Ποιὸ εἶναι ὁμως τὸ λάθος του;

**Τὸ λάθος του εἶναι ὅτι θεωρεῖ τὸ διάστημα κε-ζω = 1/12, ἐνὸ ὅπως δείξαμε στὴν παράγραφο §1, κε-ζω = 8/9 x 1/12.**

Ἄρα τὰ διαστήματα, σύμφωνα μὲ τὴν μεθοδολογία τοῦ Χρυσάνθου, ἔχουν στὴν πραγματικότητα λόγο:

$$\text{δι κε} : \text{κε ζω} = 1/9 : (8/9 \times 1/12) = 12/8$$

καὶ

$$\text{δι κε} : \text{ζω νη} = 1/9 : 7/108 = 12/7.$$

δηλαδὴ τὰ διαστήματα δι-κε, κε-ζω, ζω-νη ἔχουν λόγο **12, 8, 7**, καὶ ὄχι 12, 9, 7 ὅπως ἔδειξε ὁ Χρυσάνθος. **Αὐτὸ τὸ λάθος τὸ σημειώνει καὶ ἡ Ἐπιτροπὴ τοῦ 1881** ὡς προαναφέραμε στὴν ἀρχή.

Νὰ σημειώσουμε ὅτι ὁ Χρυσάνθος ἐπαναλαμβάνει τὸ λάθος του στὶς σ. 97-98 τοῦ μεγάλου θεωρητικοῦ<sup>7</sup> του: «Ὅταν ὑποτεθῇ τὸ δι κε ἴσον 12, εὐρίσκεται τὸ μὲν κε ζω ἴσον 9, τὸ δὲ ζω νη ἴσον 7. Τότε καὶ ἐπὶ τῆς χορδῆς εὐρίσκεται τὸ δι κε νὰ ἔχη λόγον πρὸς μὲν τὸν κε ζω, ὅν 1/9 : 1/12· πρὸς δὲ τὸ ζω νη, ὅν 1/9 : 7/108».

## 4. Τὸ ἀσυμβίβαστον τῆς μεθοδολογίας τοῦ Χρυσάνθου

Δείξαμε (σύμφωνα μὲ τὴν μεθοδολογία τοῦ Χρυσάνθου) ὅτι:

$$(\text{μεῖζων} : \text{ἐλάσσων}) - \text{δι κε} : \text{κε ζω} = 12/8,$$

καὶ

$$(\text{μεῖζων} : \text{ἐλάχιστος}) - \text{δι κε} : \text{ζω νη} = 12/7.$$

Εὐκόλα δεικνύεται ὅτι:

$$(\text{μεῖζων} : \text{ἐλάσσων}) - \text{νη πα} : \text{πα βου} = 12/8,$$

καὶ

$$(\text{μεῖζων} : \text{ἐλάχιστος}) - \text{νη πα} : \text{βου γα} = 12/7.$$

Ὅμως, τὸ ἀσυμβίβαστον τῆς μεθοδολογίας τοῦ Χρυσάνθου εἶναι ὅτι, σύμφωνα μὲ τὴν μεθοδολογία του, θὰ ἔπρεπε π.χ.

$$\text{μεῖζων} : \text{μεῖζων} = 1 (=12/12),$$

---

<sup>7</sup> Χρυσάνθου τοῦ ἐκ Μαδύτων, ὁ.π..

καθότι ὅταν δίνει τὴν κλίμακα, δίνει π.χ. νη πα = γα δι = δι κε = 12. Ὅμως δὲν εἶναι ἔτσι γιὰ διαφορετικούς μείζονες τόνους, π.χ.

$$\text{δι κε} : \text{νη πα} = 1/9 : 1/12 = 12/9.$$

Τὸ ἀσυμβίβαστον, ὁ Χρυσάνθος τὸ ...λύνει λέγοντας\*: «ἂν ὑποθεθῆ ὅτι τὸ διάστημα τοῦ μείζονος τόνου εἶναι ἴσον μὲ 12 γραμμὰς, τὸ διάστημα τοῦ μὲν ἐλάσσονος τόνου εὐρίσκεται ἴσον μὲ 9 γραμμὰς, τοῦ δὲ ἐλαχίστου τόνου εὐρίσκεται ἴσον μὲ 7 γραμμὰς».

Ὅποτε νομίζουμε (ἀναφερόμενοι στὴν διατονικὴ κλίμακα), καθότι ὁ Χρυσάνθος δὲν δίνει οὐσιαστικὲς λεπτομέρειες, ὅτι θέτει ὅλους τοὺς μείζονες 12 γραμμὲς (τμήματα), καὶ μετὰ, ἀπὸ τοὺς ἀντίστοιχους μείζονες τοῦ ἐκάστου τετραχόρδου ὑπολογίζει στὰ ἀντίστοιχα τετράχορδα (π.χ. Δι-νη, νη-γα, στὸ σχῆμα 1) τοὺς ἐλάσσονες σὲ 8 (9), καὶ τοὺς ἐλάχιστους σὲ 7, σύμφωνα μὲ τὶς παραπάνω σχέσεις. Ὅμως ἂν εἶναι ὄντως ἔτσι, δὲν ὑπάρχει μαθηματικὴ σχέση μεταξὺ τῶν τμημάτων (γραμμῶν) του, καὶ τῆς διατονικῆς του, ὅπως τὴν δίνει στὸ σχῆμα 1 (μαθηματικὴ σχέση ὑπάρχει μόνο στὰ ἐπιμέρους τετράχορδα, καὶ ὄχι σὲ ὅλην τὴν κλίμακα).

## 5. Σχόλια

Βάσει τῶν προηγουμένων, ἡ διατονικὴ κλίμακα τοῦ Χρυσάνθου σὲ τμήματα/γραμμὲς (καθὼς τὰ ὀρίζει αὐτός, καὶ παραθεωρώντας τὸ ἀσυμβίβαστον τῆς μεθοδολογίας του) εἶναι

$$12-8-7-12-12-8-7,$$

καὶ τὸ ὁποῖο ἔχει σὰν συνέπεια ὅτι τὸ ἄθροισμα τῶν τμημάτων του εἶναι 66 καὶ ὄχι 68!

Μᾶς ἐκπλήσει πάντως τὸ γεγονός, ὅτι αὐτὸ τὸ ἀπλὸ ἀριθμητικὸ λάθος τοῦ Χρυσάνθου εἶναι ἐν πολλοῖς ἄγνωστο τὴν σήμερον, ὅπως ἐπίσης καὶ τὸ ἀσυμβίβαστο τῆς μεθοδολογίας του. Ἐπίσης τὰ τμήματά του, ὡς λέει ὁ Χρυσάνθος καὶ ἀναφέραμε στὴν ἀρχή, προκύπτουν ἀπὸ λόγους μηκῶν χορδῶν, «τὰ διαστήματα, δι κε, κε ζω, ζω νη... ἔχουσι λόγον τοιοῦτον, 12, 9, 7...», καὶ ὡς ἐκ τούτου δὲν εἶναι τὰ γνωστά μας μουσικὰ διαστήματα (κόμματα), ὡς π.χ. τῆς Μουσικῆς Ἐπιτροπῆς τοῦ 1881, ἢ τῆς Εὐρωπαϊκῆς μουσικῆς. Στὸ Παράρτημα, δίνουμε τὸν συγκερασμὸ τῆς διατονικῆς κλίμακας τοῦ Χρυσάνθου σὲ κόμματα, σύμφωνα μὲ τὴν μέθοδο συγκερασμοῦ μας<sup>9</sup>, καὶ ὁ ὁποῖος συγκερασμὸς δίνει ἓνα ἐνδιαφέρον ἀποτέλεσμα.

Τέλος, ἂς σημειωθεῖ ὅτι ἡ Ἐπιτροπὴ τοῦ 1881 μιλώντας γιὰ τὴν ἐργασία τοῦ Χρυσάνθου στὴν κλίμακα, μιλάει γιὰ «ἐν πολλοῖς ἐσφαλμένη, φαντασιώδη καὶ ἀόριστο» ἐργασία<sup>10</sup>. [2014: Στὰ νεώτερά μας [ἄρθρα](#) δείχνουμε ὅτι δὲν εἶναι ἔτσι].

<sup>8</sup> Χρυσάνθου τοῦ ἐκ Μαδύτων, ὁ.π., σ. 21.

<sup>9</sup> Παναγιώτης Δ. Παπαδημητρίου, [Μέθοδος συγκερασμοῦ κλιμάκων](#) - οἱ διατονικὲς κλίμακες τοῦ Διδύμου, τῆς Ἐπιτροπῆς, τοῦ Χρυσάνθου, καὶ οἱ συγκράσεις τους, ἔκδ. 29/6/05.

<sup>10</sup> Μουσικὴ Ἐπιτροπὴ τοῦ Οἴκ. Πατρ. (1881), ὁ.π., σ. 9, 10.

## Τέλος καὶ τῷ Θεῷ δόξα.

### Παράρτημα - Συγκερασμὸς διατονικῆς Χρυσάνθου

Ἡ διατονικὴ κλίμακα τοῦ Χρυσάνθου (σχῆμα 1), δίνεται καὶ ὡς ἔξης σὲ λόγους μηκῶν γειτονικῶν χορδῶν:

Νη - 9/8 - Πα - 12/11 - Βου - 88/81 - Γα - 9/8 - Δι - 9/8 - Κε - 12/11 - Ζω - 88/81 - Νη'.

Σύμφωνα μὲ τὴν μεθοδολογία τοῦ Χρυσάνθου, καὶ μὲ σωστὸ ὑπολογισμὸ (καὶ παρὰ τὸ ἀσυμβίβαστον) ἡ παραπάνω κλίμακα «ἔχει» ὡς ἔξης:

Νη - 12 - Πα - 8 - Βου - 7 - Γα - 12 - Δι - 12 - Κε - 8 - Ζω - 7 - Νη',

ὅπου τὰ 12, 8, 7 εἶναι οἱ γραμμῆς (τιμήματα) τοῦ Χρυσάνθου, ποὺ προέκυψαν ὅπως εἶδαμε στὴν §2 ἀπὸ τὴν ἀπλοποίηση τῶν λόγων τῶν μηκῶν τῶν χορδῶν (λαμβάνοντας τὸν μείζονα τόνο 12 γραμμῆς, §3).

Ἄς δοῦμε ὁμῶς καὶ τὸν συγκερασμὸ τῆς κλίμακας τοῦ Χρυσάνθου (σχῆμα 1) σὲ κόμματα (ἴσα μουσικὰ διαστήματα<sup>11</sup>), ὅπου γιὰ κλίμακα μὲ ἄθροισμα Ν κομμάτων, τὸ κόμμα ὁρίζεται ὡς ὁ ἀριθμὸς

$$\kappa = \sqrt[N]{2} = 2^{1/N}.$$

Ἀπὸ τὴν προαναφερθεῖσα ἐργασία μας<sup>12</sup>, ἔχουμε ὅτι γιὰ  $N \leq 100$ , οἱ 3 καλύτερες συγκράσεις εἶναι οἱ ἔξης:

1.  $N=94 \rightarrow$  Νη - 16 - Πα - 12 - Βου - 11 - Γα - 16 - Δι - 16 - Κε - 12 - Ζω - 11 - Νη'
2.  $N=65 \rightarrow$  Νη - 11 - Πα - 8 - Βου - 8 - Γα - 11 - Δι - 11 - Κε - 8 - Ζω - 8 - Νη'
3.  $N=41 \rightarrow$  Νη - 7 - Πα - 5 - Βου - 5 - Γα - 7 - Δι - 7 - Κε - 5 - Ζω - 5 - Νη'.

Γιὰ  $N=66$ , ἡ μέθοδός μας<sup>13</sup> βρῖσκει τὸν ἔξης συγκερασμὸ:

$N=66 \rightarrow$  Νη - 12 - Πα - 8 - Βου - 7 - Γα - 12 - Δι - 12 - Κε - 8 - Ζω - 7 - Νη'.

Ὁ παραπάνω συγκερασμὸς εἶναι ὁ ἀκριβέστερος σύμφωνα μὲ τὴν μεθοδολογία μας γιὰ  $N=66$ , ἀλλὰ ὡς πρὸς τὴν προσέγγιση στὴν διατονικὴ κλίμακα τοῦ σχήματος 1, εἶναι πολὺ λιγότερο ἀκριβὴς ἀπὸ τὶς 3 προαναφερθεῖσες συγκερασμένες κλίμακες τῶν  $N=94$ , 65, 41.

Εἶναι ἐνδιαφέρον ὅτι γιὰ  $N=66$ , ἡ μέθοδός μας δίνει ἀριθμὸ κομμάτων, ἴδιο μὲ τὶς γραμμῆς (τιμήματα) τοῦ Χρυσάνθου, ἀλλὰ δὲν θὰ πρέπει νὰ ξεχνᾶμε ὅτι ἄλλο οἱ γραμμῆς τοῦ Χρυσάνθου (δὲς §3), καὶ ἄλλο τὰ κόμματα (ἴσα μουσικὰ διαστήματα).

[2014: Βρὲς ὅλους τοὺς συγκερασμοὺς τῆς διατονικῆς τοῦ Χρυσάνθου στὸ ἔξης ἄρθρο μας:

<sup>11</sup> Χρόνης Θ. Μωϋσιάδης καὶ Χαράλαμπος Χ. Σπυρίδης, Ἐφαρμοσμένα Μαθηματικὰ στὴν Ἐπιστήμη τῆς Μουσικῆς, ἐκδόσεις Ζήτη, Θεσσαλονίκη 1994, σ. 39.

<sup>12</sup> Παναγιώτης Δ. Παπαδημητρίου, ὁ.π., Πίνακας 8.

<sup>13</sup> Παναγιώτης Δ. Παπαδημητρίου, ὁ.π..

Π. Παπαδημητρίου - Ἡ διατονικὴ Κλίμακα τοῦ Χρυσάνθου 12-9-7

[http://psaltiki.gr/articles/papadimitriou/005a\\_catalogue\\_of\\_all\\_diatonicsigkerasmoi\\_upto1200\\_09132005.pdf](http://psaltiki.gr/articles/papadimitriou/005a_catalogue_of_all_diatonicsigkerasmoi_upto1200_09132005.pdf)

γιά  $N=68$ ,  $N=72$ , ὁ συγκερασμὸς εἶναι **12-8-8-12-12-8-8**, **12-9-9-12-12-9-9** ἀντίστοιχα]