

# Ἡ Κλίμακα τοῦ Πλαγίου Δευτέρου Ῥήχου κατὰ τόν Χρῦσανθο καὶ τὴν Ἐπιτροπή 1881

Μέρος τῆς ἐργασίας «Μέθοδος Δημιουργίας Κλιμάκων», [1]

Δρ. Παναγιώτης Δ. Παπαδημητρίου

πρόχειρη ἔκδοση 0.9, 28/2/2014.

τοποθεσία ἄρθρου: <http://psaltiki.gr/articles/papadimitriou/016b-Xrusan0os-Epitroph-Pl-B-Papadimitriou-v0p9.pdf>

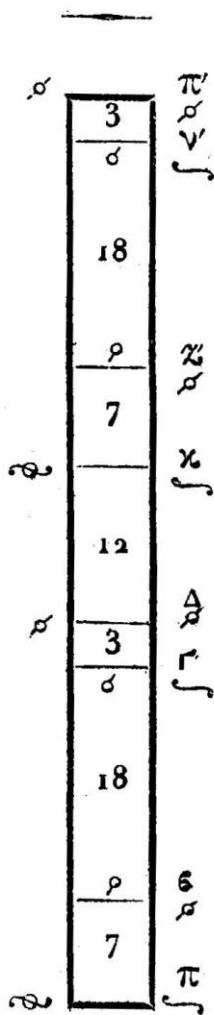
## 1. Γενικά

Ὁ Ἀρχιεπίσκοπος Χρυσάνθος ἐκ Μαδύτων, στὸ μικρὸ του θεωρητικὸ μᾶς παρέδωσε τὴν κατ'αὐτὸν κλίμακα τοῦ ἤχου τοῦ πλαγίου β' [2, σ. 42], σὲ μορφή ἀκεραίων τμημάτων, χωρὶς νὰ μᾶς δώσει παράλληλα καὶ τὴν ἀντίστοιχη κλίμακα μὲ μορφή λόγων/κλασμάτων τὴν ὁποῖα «συγκέρασε». Μαζὶ μὲ τὸ γεγονὸς ὅτι τὰ ἀκέραια τμήματα τοῦ Χρυσάνθου δὲν ἀντιστοιχοῦν ἀκριβῶς στὰ γνωστὰ μᾶς μόρια [3, 4], ἡ κλίμακα τοῦ πλαγίου β' τοῦ Χρυσάνθου παραμένει γρίφος ὡς πρὸς τὴν ἀκρίβεια της. Ἐπιπλέον, ἡ Ἐπιτροπὴ τοῦ 1881 ἔδωσε ἄλλη κλίμακα γιὰ τὸν πλάγιο δεῦτερο. Στὴν παροῦσα ἐργασία θὰ δώσουμε μιὰ ἐρευνητικὴ ἀπάντηση στὸ ζήτημα, μὲ τὴν δημιουργία νέων κλιμάκων βασισμένων στα διαστήματα τοῦ Χρυσάνθου καὶ τῆς Ἐπιτροπῆς, προσπαθώντας νὰ ἀπαντήσουμε τὰ μέχρι σήμερα ἀναπάντητα στὸ θέμα ἐρωτήματα.

## 2. Ἡ κλίμακα τοῦ Χρυσάνθου ἀπὸ τὸ μικρὸ θεωρητικὸ

Ἡ κλίμακα τοῦ Χρυσάνθου τοῦ πλαγίου δευτέρου δίνεται στὴν εἰκόνα 1 [2, σ. 42].

Ἡ διόλου  
χρωματικὴ Κλίμαξ.



Εἰκόνα 1. Κλίμακα Πλαγίου Β' ἤχου τοῦ Χρυσάνθου.

Ἡ κλίμακα αὐτὴ ἀποτελεῖται ἀπὸ δύο ὅμοια τετράχορδα 7-18-3 (ἄθροισμα 28), διαζευγμένα κατὰ τόνο μείζονα 12, με συνολικὸ ἄθροισμα τμημάτων 68.

Ἐπὶ ὑπάρχουν τρία ζητήματα με αὐτὴν τὴν κλίμακα, καὶ ἐν γένει με τὶς συγκερασμένες κλίμακες τοῦ Χρυσάνθου:

- Δεν μᾶς ἔχει παραδώσει ὁ Χρυσάνθου τὴν ἀντίστοιχη ἀσυγκέραστη κλίμακα ἀπὸ τὴν ὁποία συμπέρανε (συγκέρασε) τὴν κλίμακα τῆς εἰκόνας 1, οὔτε ἐπίσης ὁτιδήποτε σχετικὸς ἀριθμητικὸς ὑπολογισμὸς.
- Τὰ ἀκέραια τμήματα τοῦ Χρυσάνθου δὲν ἀντιστοιχοῦν ἀκριβῶς στὰ γνωστά μας μόρια, ὅπως ἐξάγεται ἀπὸ τὴν σύγκριση τῆς διατονικῆς τοῦ Χρυσάνθου (ἀσυγκέραστη-συγκερασμένη), δὲς [3, 4, 5].
- Τὸ 7 τοῦ Χρυσάνθου, στὴν διατονικὴ κλίμακα εἶδαμε ὅτι εἶναι στὴν οὐσία 8 στά 68 ἢ 9 στά 72, δὲς [3, 4, 5], ὁπότε εἶναι ὑπὸ ἀμφισβήτηση. Ἀντίστοιχα καὶ γιὰ τὸ 9 τοῦ Χρυσάνθου.

### 3. Ἡ κλίμακα τοῦ Χρυσάνθου σύμφωνα με τὴν μέθοδό μας

Ἡ μοναδικὴ ἀσυγκέραστη κλίμακα ποὺ μᾶς δίνει ὁ Χρυσάνθου, [6, σ. 26-28] εἶναι ἡ τοῦ διατονικοῦ γένους:

Νη - 9/8 - Πα - 12/11 - Βου - 88/81 - Γα - 9/8 - Δι - 9/8 - Κε - 12/11 - Ζω' - 88/81 - Νη',

καὶ σὲ σχετικὰ μήκη χορδῶν:

Νη	Πα	Βου	Γα	Δι	Κε	Ζω'	Νη'
1	8/9	22/27	3/4	2/3	16/27	44/81	1/2

ἢ ἰσοδύναμα,

Νη	Πα	Βου	Γα	Δι	Κε	Ζω'	Νη'
1	8/9	4/5*55/54	3/4	2/3	16/27	8/15*55/54	1/2

ὅπου:  $55/54 = 10/9 : 12/11 = 16/15 \times 25/24 : 12/11$ .

Σύμφωνα με τὴν μέθοδό μας «Μέθοδος Δημιουργίας Κλιμάκων», [1], καὶ χρησιμοποιώντας ὡς βάση τὴν ἀνωτέρω (ἀσυγκέραστη) διατονικὴ κλίμακα τοῦ Χρυσάνθου, δημιουργήσαμε τὴν ἐξῆς κλίμακα τοῦ πλαγίου δευτέρου (στὴν «νοοτροπία» τῆς κλίμακας τοῦ Χρυσάνθου τῆς εἰκόνας 1):

**Κλίμακα τοῦ πλαγίου Β' κατὰ τὸν Χρῦσανθο, σύμφωνα μὲ τὴν μέθοδό μας [1]:**

Πα - 88/81 - Βου - 32/27 - Γα - 729/704 - Δι - 9/8 - Κε - 88/81 - Ζω' - 32/27 - Νη' - 729/704 - Πα'

ἦ

88/81 32/27 729/704 9/8 88/81 32/27 729/704

καὶ σὲ σχετικὰ μήκη χορδῶν:

Πα	Βου	Γα	Δι	Κε	Ζω'	Νη'	Πα'
1	81/88	2187/2816	3/4	2/3	27/44	729/1408	1/2

Ὁ συγκερασμὸς τῆς κλίμακας αὐτῆς σύμφωνα μὲ τὴν μέθοδο συγκερασμοῦ [3] δίνει:

1. Συγκερασμὸς **68** μορίων:

8 - 17 - 3 - 12 - 8 - 17 - 3 (μὲ ἀκρίβεια συγκερασμοῦ  $\Phi = 1.0253e-004$ )

**Πα - 8 - Βου - 17 - Γα - 3 - Δι - 12 - Κε - 8 - Ζω' - 17 - Νη' - 3 - Πα'**

Ἡ ὁμοιότητα μὲ τὴν κλίμακα τῆς εἰκόνας 1 εἶναι προφανής. Ἐπιπλέον ἐκεῖ ποὺ ὁ Χρῦσανθος ἔχει 7 (πρβλ. εἰκόνα 1), ἡ κλίμακά μας δίνει 8 (ποὺ εἶναι καὶ ἡ σωστὴ ἀντιστοίχιση (τοῦ Χρυσάνθειου διατονικοῦ 7) σὲ 68 μόρια ὡς προείπαμε).

2. Συγκερασμὸς **72** μορίων:

8 - 18 - 4 - 12 - 8 - 18 - 4 (μὲ ἀκρίβεια συγκερασμοῦ  $1.4779e-004$ )

3. Συγκερασμὸς **1200** μορίων:

144 - 294 - 60 - 204 - 144 - 294 - 60 (μὲ ἀκρίβεια συγκερασμοῦ  $3.4055e-007$ )

Καὶ χάριν πληρότητας οἱ συγκερασμοὶ γιὰ 66 καὶ 53 μόρια ἔχουν ὡς ἑξῆς:

Συγκερασμὸς 66 μορίων:

8 - 16 - 3 - 12 - 8 - 16 - 3 (μὲ ἀκρίβεια συγκερασμοῦ  $1.2402e-004$ )

Συγκερασμὸς 53 μορίων:

6 - 13 - 3 - 9 - 6 - 13 - 3 (μὲ ἀκρίβεια συγκερασμοῦ  $8.6482e-005$ )

Κατάλογος μὲ συγκερασμοὺς τῆς κλίμακας μέχρι 100 μόρια δίνεται στὸ παράρτημα τοῦ παρόντος ἄρθρου, βάσει τῆς μεθόδου [3].

**Θεωροῦμε, ὅτι ἡ ἀσυγκέραστη κλίμακα (88/81 32/27 729/704 9/8 88/81 32/27 729/704) καὶ ἡ συγκερασμένη κλίμακα στὰ 68 (8 17 3 12 8 17 3) ποὺ δημιουργήσαμε σὲ αὐτὴν τὴν ἐνότητα, ἀντιπροσωπεύουν κατ' ἀκρίβεια τὴν κλίμακα τοῦ Χρυσάνθου στὸν πλάγιο δεῦτερο ἦχο (πρβλ. κλίμακα εἰκόνας 1), γιὰ τοὺς λόγους ποὺ προαναφέρθησαν.**

#### 4. Ἡ κλίμακα τῆς Ἐπιτροπῆς 1881 τοῦ πλαγίου δευτέρου ἤχου

Ἡ ἀσυγκέραστη κλίμακα τοῦ πλαγίου δευτέρου ἤχου τῆς Ἐπιτροπῆς, ὡς γνωστὸν εἶναι [7, σ. 19]:

**Πα- 256/243 -Βου- 243/200 -Γα- 25/24 - Δι - 9/8 -Κε- 256/243 -Ζω'- 243/200 -Νη'- 25/24 -Πα'**

Σὲ συγκερασμὸ 72 μορίων ὡς γνωστὸν ἔχει ὡς [8]:

**6-20-4 -12- 6-20-4** (ἀκρίβεια  $\Phi = 1.0350e-004$ )

Σὲ συγκερασμὸ 68 μορίων ἔχει ὡς ἐξῆς [8]:

**5-19-4 -12- 5-19-4** (ἀκρίβεια  $\Phi = 3.2485e-005$ )

Βλέπουμε ὅτι ἡ Κλίμακα τῆς Ἐπιτροπῆς τοῦ πλαγίου δευτέρου ἤχου σὲ 68 μόρια ἀπέχει ἀρκετὰ ἀπὸ τοῦ Χρυσάνθου (πρβλ. εἰκόνα 1), καὶ δὲν τὴν προσεγγίζει τόσο ὅσο ἡ κλίμακα ποὺ δημιουργήσαμε στὴν §3 ἐνότητα τοῦ παρόντος.

#### 5. Ἄλλη κλίμακα τοῦ πλαγίου δευτέρου ἤχου, βασισμένη στὴν διατονικὴ τῆς Ἐπιτροπῆς 1881, ἀλλὰ σύμφωνα μὲ τὴν «νοοτροπία» τῆς Κλίμακας τοῦ Χρυσάνθου

Σὲ αὐτὴν τὴν ἐνότητα θὰ δημιουργήσουμε μιὰ ἄλλη κλίμακα τοῦ πλαγίου δευτέρου ἤχου, σύμφωνα μὲ τὴν μέθοδο δημιουργίας κλιμάκων [1], χρησιμοποιώντας ὡς βάση τὴν διατονικὴ κλίμακα τῆς Ἐπιτροπῆς [7], ἀλλὰ σύμφωνα μὲ τὴν «νοοτροπία» τῆς κλίμακας τοῦ πλαγίου δευτέρου τοῦ Χρυσάνθου. Αὐτὴ ἡ κλίμακα ἔχει ὡς ἐξῆς [1]:

**Πα - 27/25 - Βου - 32/27 - Γα - 25/24 - Δι - 9/8 - Κε - 27/25 - Ζω' - 32/27 - Νη' - 25/24 - Πα'**

ἢ

**27/25 32/27 25/24 9/8 27/25 32/27 25/24**

καὶ σὲ σχετικὰ μήκη χορδῶν:

Πα	Βου	Γα	Δι	Κε	Ζω'	Νη'	Πα'
1	25/27	25/32	3/4	2/3	50/81	25/48	1/2

Ὁ συγκερασμὸς τῆς κλίμακας αὐτῆς σύμφωνα μὲ τὴν μέθοδο συγκερασμοῦ [3] δίνει:

1. Συγκερασμὸς **68** μορίων:

**7 - 17 - 4 - 12 - 7 - 17 - 4** (μὲ ἀκρίβεια συγκερασμοῦ  $\Phi=1.3147e-004$ )

<b>Πα - 7 - Βου - 17 - Γα - 4 - Δι - 12 - Κε - 7 - Ζω' - 17 - Νη' - 4 - Πα'</b>
---

**Ἡ ὁμοιότητα αὐτῆς τῆς νέας κλίμακας, μὲ τὴν κλίμακα τῆς εἰκόνας 1 εἶναι ἐπίσης προφανῆς, ἀλλὰ δὲν τὴν προτείνουμε ὡς «κλίμακα τοῦ Χρῦσανθου», διότι εἶναι βασισμένη σὲ διαστήματα τῆς Ἐπιτροπῆς.**

2. Συγκερασμὸς **72** μορίων:

**8 - 18 - 4 - 12 - 8 - 18 - 4** (μὲ ἀκρίβεια συγκερασμοῦ  $5.0392e-005$ )

Ὁ συγκερασμὸς σὲ 72 δίνει ἀκριβῶς ἴδια κλίμακα μὲ τῆς ἐνότητος §3 (διαφορετικὴ ἀκρίβεια φυσικά, ἀφοῦ εἶναι διαφορετικὲς οἱ ἀσυγκέραστες κλίμακες).

3. Συγκερασμὸς **1200** μορίων:

**133 - 294 - 71 - 204 - 133 - 294 - 71** (μὲ ἀκρίβεια συγκερασμοῦ  $1.4214e-007$ )

Καὶ χάριν πληρότητας οἱ συγκερασμοὶ γιὰ 66 καὶ 53 μόρια ἔχουν ὡς ἑξῆς:

Συγκερασμὸς 66 μορίων:

**7 - 16 - 4 - 12 - 7 - 16 - 4** (μὲ ἀκρίβεια συγκερασμοῦ  $1.2712e-004$ )

Συγκερασμὸς 53 μορίων:

**6 - 13 - 3 - 9 - 6 - 13 - 3** (μὲ ἀκρίβεια συγκερασμοῦ  $1.0822e-005$ )

Αὐτὴ ἡ κλίμακα τῶν 53 μορίων, συμφωνεῖ μὲ τὴν ἀντίστοιχη συγκερασμένη τῆς §3 ἐνότητος τοῦ παρόντος ἄρθρου.

## 6. Ἄλλη κλίμακα τοῦ πλαγίου δευτέρου ἤχου, βασισμένη στὴν διατονικὴ τοῦ Χρυσάνθου, ἀλλὰ σύμφωνα μὲ τὴν «νοοτροπία» τῆς Κλίμακας τῆς Ἐπιτροπῆς

Σὲ αὐτὴν τὴν ἐνότητα θὰ δημιουργήσουμε μιὰ τελευταία κλίμακα τοῦ πλαγίου δευτέρου ἤχου, σύμφωνα μὲ τὴν μέθοδο δημιουργίας κλιμάκων [1], χρησιμοποιώντας ὡς βάση τὴν διατονικὴ κλίμακα τοῦ Χρυσάνθου, ἀλλὰ σύμφωνα μὲ τὴν «νοοτροπία» τῆς κλίμακας τοῦ πλαγίου δευτέρου τῆς Ἐπιτροπῆς 1881. Ἔχει ὡς ἐξῆς [1]:

**Πα- 256/243 -Βου- 11/9 - Γα - 729/704 - Δι - 9/8 - Κε - 256/243 -Ζω' - 11/9 - Νη' - 729/704 -Πα'**

ἢ

**256/243    11/9   729/704            9/8    256/243    11/9   729/704**

καὶ σὲ σχετικὰ μήκη χορδῶν:

Πα	Βου	Γα	Δι	Κε	Ζω'	Νη'	Πα'
<b>1</b>	<b>243/256</b>	<b>2187/2816</b>	<b>3/4</b>	<b>2/3</b>	<b>81/128</b>	<b>729/1408</b>	<b>1/2</b>

Ὁ συγκερασμὸς τῆς κλίμακας αὐτῆς σύμφωνα μὲ τὴν μέθοδο συγκερασμοῦ [3] δίνει:

1. Συγκερασμὸς **68** μορίων:

**5 - 20 - 3 - 12 - 5 - 20 - 3**      (μὲ ἀκρίβεια συγκερασμοῦ  $\Phi=9.9482e-005$ )

**Πα - 5 - Βου - 20 - Γα - 3 - Δι - 12 - Κε - 5 - Ζω' - 20 - Νη' - 3 - Πα'**

Ἡ ὁμοιότητα αὐτῆς τῆς νέας κλίμακας μὲ τὴν κλίμακα τοῦ πλαγίου β' τῆς Ἐπιτροπῆς **στά 68 (5-19-4)** εἶναι ὀλοφάνερη.

2. Συγκερασμὸς **72** μορίων:

**5 - 21 - 4 - 12 - 5 - 21 - 4**      (μὲ ἀκρίβεια συγκερασμοῦ  $7.6277e-005$ )

**Καὶ αὐτὴ ἡ νέα κλίμακα ὁμοιάζει μὲ τὴν κλίμακα τῆς Ἐπιτροπῆς (6-20-4).**

3. Συγκερασμὸς **1200** μορίων:

**90 - 347 - 61 - 204 - 90 - 347 - 61**      (μὲ ἀκρίβεια συγκερασμοῦ  $4.5418e-007$ ).

Καὶ χάριν πληρότητας οἱ συγκερασμοὶ γιὰ 66 καὶ 53 μόρια ἔχουν ὡς ἐξῆς:

Συγκερασμὸς 66 μορίων:

**5 - 19 - 3 - 12 - 5 - 19 - 3**      (μὲ ἀκρίβεια συγκερασμοῦ  $1.1541e-004$ )

Συγκερασμὸς 53 μορίων:

**4 - 15 - 3 - 9 - 4 - 15 - 3**      (μὲ ἀκρίβεια συγκερασμοῦ  $1.0080e-004$ ).

## Ἐπίλογος

Σύμφωνα μὲ τὸ γεγονός ὅτι δὲν ἔχει ἔρθει στὴν ἀντίληψή μας ἄλλη παρόμοια ἐργασία στὴν κλίμακα τοῦ πλαγίου Β' τοῦ Χρυσάνθου καὶ τῆς Ἐπιτροπῆς, σὲ αὐτὸ τὸ ἄρθρο συνεισφέραμε στὴν Ψαλτικὴ Τέχνη τὰ ἑξῆς:

1. Δημιουργήσαμε τὴν «κατὰ Χρυσάνθου» ἀσυγκέραστη κλίμακα τοῦ πλαγίου Β' ἤχου σύμφωνα μὲ τὴν μέθοδό μας [1] (ἐνότητα §3 τοῦ παρόντος) βασιζόμενοι στὴν ἀσυγκέραστη διατονικὴ τοῦ Χρυσάνθου.
2. Δώσαμε τὴν ἀντίστοιχη συγκερασμένη κλίμακα, ποὺ μοιάζει καταπληκτικὰ στὴν «γριφώδη» κλίμακα τοῦ Χρυσάνθου ποὺ μᾶς παρέδωσε στὸ μικρὸ θεωρητικὸ του (εἰκόνα 1).
3. Δημιουργήσαμε ἄλλες δύο κλίμακες τοῦ πλαγίου δευτέρου, σύμφωνα μὲ τὴν μέθοδο [1]. Μὲ αὐτὲς τὶς κλίμακες **καταδείξαμε πῶς θὰ ἦταν ἡ κλίμακα τοῦ Χρυσάνθου ἂν ἀκολουθοῦσε τὴν «νοοτροπία» τῆς Ἐπιτροπῆς (ἐνότητα §6), καὶ ἀντίστροφα πῶς θὰ ἦταν ἡ κλίμακα τῆς Ἐπιτροπῆς ἂν ἀκολουθοῦσε τὴν «νοοτροπία» τοῦ Χρυσάνθου (ἐνότητα §5), πάντα σύμφωνα μὲ τὴν μέθοδο δημιουργίας κλιμάκων [1]. Οἱ ὁμοιότητες εἶναι φανερές.**

**Τρόπον τινὰ θὰ λέγαμε ὅτι ἡ ἐργασία μας αὐτὴ «συμπληρώνει» καὶ «τεκμηριώνει» τὴν διδασκαλία τοῦ Χρυσάνθου στὴν κλίμακα τοῦ πλαγίου δευτέρου ἤχου.**

**Ἐν περιλήψει,** οἱ τρεῖς ἀσυγκέραστες (νέες) κλίμακες τοῦ πλαγίου δευτέρου σύμφωνα μὲ τὴν μέθοδο [1], ποὺ ἐκτέθηκαν σὲ αὐτὸ τὸ ἄρθρο (μαζὶ μὲ τὴν τῆς Ἐπιτροπῆς) ἔχουν ὡς ἑξῆς:



### Κλίμακες Ἦχου πλαγίου τοῦ δευτέρου

**1. Κλίμακα βασισμένη σὲ ἀσυγκέραστα διαστήματα Χρυσάνθου, κατὰ τὴν «νοοτροπία» τῆς κλίμακας τοῦ Χρυσάνθου (ἐνότητα §3)**

Ἀσυγκέραστη: **88/81 32/27 729/704** 9/8 88/81 32/27 729/704  
Μήκη χορδῶν: 1 81/88 2187/2816 3/4 2/3 27/44 729/1408 1/2  
N=72: **8 18 4** 12 8 18 4  
N=68: **8 17 3** 12 8 17 3  
N=1200: **144 294 60** 204 144 294 60

**2. Κλίμακα βασισμένη σὲ ἀσυγκέραστα διαστήματα τῆς Ἐπιτροπῆς, κατὰ τὴν «νοοτροπία» τῆς κλίμακας τοῦ Χρυσάνθου (ἐνότητα §5)**

Ἀσυγκέραστη: **27/25 32/27 25/24** 9/8 27/25 32/27 25/24  
Μήκη χορδῶν: 1 25/27 25/32 3/4 2/3 50/81 25/48 1/2  
N=72: **8 18 4** 12 8 18 4  
N=68: **7 17 4** 12 7 17 4  
N=1200: **133 294 71** 204 133 294 71

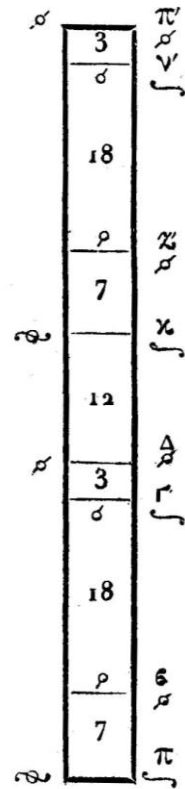
**3. Κλίμακα τῆς Ἐπιτροπῆς 1881 [7] (ἐνότητα §4)**

Ἀσυγκέραστη: **256/243 243/200 25/24** 9/8 256/243 243/200 25/24  
Μήκη χορδῶν: 1 243/256 25/32 3/4 2/3 81/128 25/48 1/2  
N=72: **6 20 4** 12 6 20 4  
N=68: **5 19 4** 12 5 19 4  
N=1200: **90 337 71** 204 90 337 71

**4. Κλίμακα βασισμένη σὲ ἀσυγκέραστα διαστήματα Χρυσάνθου, κατὰ τὴν «νοοτροπία» τῆς κλίμακας τῆς Ἐπιτροπῆς (ἐνότητα §6)**

Ἀσυγκέραστη: **256/243 11/9 729/704** 9/8 256/243 11/9 729/704  
Μήκη χορδῶν: 1 243/256 2187/2816 3/4 2/3 81/128 729/1408 1/2  
N=72: **5 21 4** 12 5 21 4  
N=68: **5 20 3** 12 5 20 3  
N=1200: **90 347 61** 204 90 347 61

Ἡ διόλου  
χρωματικὴ Κλίμαξ.



**Τέλος καὶ τῷ Θεῷ δόξα.**

## Βιβλιογραφία

- [1] Παν. Δ. Παπαδημητρίου, **Μέθοδος Δημιουργίας Κλιμάκων**, ἀνέκδοτη ὑπὸ συγγραφή (2014).
- [2] Χρυσάνθου τοῦ ἐκ Μαδύτων, **Εἰσαγωγή εἰς τὸ Θεωρητικὸν καὶ Πρακτικὸν τῆς Ἐκκλησιαστικῆς Μουσικῆς**, Ἐν Παρισίοις, 1821 (ἀνατύπωσις ἐκδ. Κουλτούρα).
- [3] Παν. Δ. Παπαδημητρίου, **Μέθοδος συγκερασμοῦ κλιμάκων - οἱ διατονικὲς κλίμακες τοῦ Διδύμου, τῆς Ἐπιτροπῆς, τοῦ Χρυσάνθου, καὶ οἱ συγκράσεις τους**, draft v.1, 22/6/2005 and draft v.2, 29/6/2005, [http://byzantine-music.gr/Klimakes/diatonikh\\_sugkrash1881.html](http://byzantine-music.gr/Klimakes/diatonikh_sugkrash1881.html) .
- [4] Παν. Δ. Παπαδημητρίου, **Τὸ ἀριθμητικὸ λάθος τοῦ Χρυσάνθου τοῦ ἐκ Μαδύτων, ὡς πρὸς τὰ τμήματα 12-9-7, καὶ τὸ ἀσυμβίβαστον τῆς μεθοδολογίας του**, draft v.1, 12/8/2005 καὶ draft v.3, 16/8/2005, [http://byzantine-music.gr/Klimakes/004\\_La0os\\_Xrusan0ou\\_12-9-7.html](http://byzantine-music.gr/Klimakes/004_La0os_Xrusan0ou_12-9-7.html) .
- [5] Παν. Δ. Παπαδημητρίου, **Κατάλογος τῶν Συγκερασμῶν ὅλων τῶν Βυζαντινῶν Διατονικῶν Κλιμάκων μέχρι καὶ σὲ 1200 μουσικὰ διαστήματα (κόμματα)**, 13/9/2005, [http://byzantine-music.gr/Klimakes/005a\\_catalogue\\_of\\_all\\_diatonicsigkerasmoi\\_upto1200\\_09132005.pdf](http://byzantine-music.gr/Klimakes/005a_catalogue_of_all_diatonicsigkerasmoi_upto1200_09132005.pdf) .
- [6] Χρυσάνθου τοῦ ἐκ Μαδύτων, **Θεωρητικὸν Μέγα τῆς Μουσικῆς**, Τεργέστη 1832 (ἀνατύπωσις ἐκδ. Κουλτούρα).
- [7] Μουσικὴ Ἐπιτροπὴ τοῦ Οἴκ. Πατρ. (1881), **Στοιχειώδης διδασκαλία τῆς Ἐκκλησιαστικῆς Μουσικῆς** - ἐκπονηθεῖσα ἐπὶ τῇ βάσει τοῦ ψαλτηρίου, Κωνσταντινούπολις 1888 (ἀνατύπ. ἐκδ. Κουλτούρα).
- [8] Παν. Δ. Παπαδημητρίου, **Κατάλογος τῶν Συγκερασμῶν ὅλων τῶν Βυζαντινῶν Χρωματικῶν Κλιμάκων τοῦ Νεχεανῆς μέχρι καὶ σὲ 1200 μουσικὰ διαστήματα (κόμματα)**, 22/11/2005, [http://byzantine-music.gr/Klimakes/005c\\_catalogue\\_of\\_all\\_NexeanesSigkerasmoi\\_upto1200\\_112205.pdf](http://byzantine-music.gr/Klimakes/005c_catalogue_of_all_NexeanesSigkerasmoi_upto1200_112205.pdf) .

## Παράρτημα

1. Λίστα μὲ συγκερασμοὺς μέχρι 100 μόρια τῆς κλίμακας:

<b>88/81</b>	<b>32/27</b>	<b>729/704</b>	9/8	<b>88/81</b>	<b>32/27</b>	<b>729/704</b>
--------------	--------------	----------------	-----	--------------	--------------	----------------

Ἡ ἀντίστοιχη συγκερασμένη κλίμακα γιὰ ὁποιοδήποτε N δίνεται ὡς ἑξῆς (t, τὸ συγκερασμένο διάνυσμα):

$$t(3) \ t(1) \ t(4) - t(2) - t(3) \ t(1) \ t(4)$$

Ἡ λίστα εἶναι ταξινομημένη ἀνάλογα μὲ τὴν ἀκρίβεια συγκερασμοῦ γιὰ διαφορετικὸ N.

1.	N = 41,	t = [ 10 7 5 2 ],	Phi = 1.1264e-005
2.	N = 82,	t = [ 20 14 10 4 ],	Phi = 1.1264e-005
3.	N = 99,	t = [ 24 17 12 5 ],	Phi = 1.4737e-005
4.	N = 77,	t = [ 19 13 9 4 ],	Phi = 1.5264e-005
5.	N = 94,	t = [ 23 16 11 5 ],	Phi = 1.6098e-005
6.	N = 58,	t = [ 14 10 7 3 ],	Phi = 2.5895e-005
7.	N = 65,	t = [ 16 11 8 3 ],	Phi = 3.3680e-005
8.	N = 98,	t = [ 24 16 12 5 ],	Phi = 3.6723e-005
9.	N = 85,	t = [ 21 15 10 4 ],	Phi = 4.6621e-005
10.	N = 84,	t = [ 21 14 10 4 ],	Phi = 4.6749e-005
11.	N = 60,	t = [ 15 10 7 3 ],	Phi = 4.8532e-005
12.	N = 75,	t = [ 18 13 9 4 ],	Phi = 5.1664e-005
13.	N = 91,	t = [ 22 15 11 5 ],	Phi = 5.4648e-005
14.	N = 89,	t = [ 22 15 11 4 ],	Phi = 5.5258e-005
15.	N = 74,	t = [ 18 12 9 4 ],	Phi = 6.0107e-005
16.	N = 93,	t = [ 23 15 11 5 ],	Phi = 6.5607e-005
17.	N = 97,	t = [ 24 17 11 5 ],	Phi = 6.9189e-005
18.	N = 96,	t = [ 24 16 11 5 ],	Phi = 7.0153e-005
19.	N = 92,	t = [ 22 16 11 5 ],	Phi = 7.4368e-005
20.	N = 81,	t = [ 20 13 10 4 ],	Phi = 7.6146e-005
21.	N = 78,	t = [ 19 14 9 4 ],	Phi = 7.9924e-005
22.	N = 90,	t = [ 22 16 11 4 ],	Phi = 8.1935e-005
23.	N = 95,	t = [ 23 17 11 5 ],	Phi = 8.3661e-005
24.	N = 53,	t = [ 13 9 6 3 ],	Phi = 8.6482e-005
25.	N = 70,	t = [ 17 12 8 4 ],	Phi = 8.7786e-005
26.	N = 100,	t = [ 25 16 12 5 ],	Phi = 9.2160e-005
27.	N = 61,	t = [ 15 11 7 3 ],	Phi = 9.4859e-005
28.	N = 87,	t = [ 21 15 11 4 ],	Phi = 9.5672e-005
29.	N = 83,	t = [ 20 15 10 4 ],	Phi = 1.0027e-004
30.	N = 79,	t = [ 19 13 10 4 ],	Phi = 1.0194e-004
<b>31.</b>	<b>N = 68,</b>	<b>t = [ 17 12 8 3 ],</b>	<b>Phi = 1.0253e-004</b>
32.	N = 80,	t = [ 20 14 9 4 ],	Phi = 1.0479e-004
33.	N = 57,	t = [ 14 9 7 3 ],	Phi = 1.0484e-004
34.	N = 86,	t = [ 21 14 10 5 ],	Phi = 1.0726e-004
35.	N = 66,	t = [ 16 12 8 3 ],	Phi = 1.2402e-004
36.	N = 76,	t = [ 19 12 9 4 ],	Phi = 1.2656e-004
37.	N = 69,	t = [ 17 11 8 4 ],	Phi = 1.4402e-004
38.	N = 73,	t = [ 18 13 9 3 ],	Phi = 1.4675e-004
39.	N = 36,	t = [ 9 6 4 2 ],	Phi = 1.4779e-004
<b>40.</b>	<b>N = 72,</b>	<b>t = [ 18 12 8 4 ],</b>	<b>Phi = 1.4779e-004</b>
41.	N = 24,	t = [ 6 4 3 1 ],	Phi = 1.4932e-004
42.	N = 48,	t = [ 12 8 6 2 ],	Phi = 1.4932e-004
43.	N = 63,	t = [ 15 11 8 3 ],	Phi = 1.4959e-004

Π. Παπαδημητρίου - Ή κλίμακα τοῦ πλ. Β' κατὰ τὸν Χρῦσανθο καὶ τὴν Ἐπιτροπή 1881

44.	N = 67,	t = [ 17 11 8 3 ],	Phi = 1.5271e-004
45.	N = 88,	t = [ 22 14 11 4 ],	Phi = 1.6116e-004
46.	N = 62,	t = [ 15 10 8 3 ],	Phi = 1.6456e-004
47.	N = 44,	t = [ 11 8 5 2 ],	Phi = 1.8354e-004
48.	N = 64,	t = [ 16 10 8 3 ],	Phi = 1.9078e-004
49.	N = 50,	t = [ 12 8 6 3 ],	Phi = 1.9157e-004
50.	N = 55,	t = [ 13 9 7 3 ],	Phi = 2.1233e-004
51.	N = 43,	t = [ 11 7 5 2 ],	Phi = 2.1395e-004
52.	N = 49,	t = [ 12 9 6 2 ],	Phi = 2.1835e-004
53.	N = 17,	t = [ 4 3 2 1 ],	Phi = 2.3418e-004
54.	N = 34,	t = [ 8 6 4 2 ],	Phi = 2.3418e-004
55.	N = 51,	t = [ 12 9 6 3 ],	Phi = 2.3418e-004
56.	N = 46,	t = [ 11 8 6 2 ],	Phi = 2.4073e-004
57.	N = 71,	t = [ 17 13 8 4 ],	Phi = 2.4082e-004
58.	N = 59,	t = [ 14 11 7 3 ],	Phi = 2.5122e-004
59.	N = 56,	t = [ 14 10 6 3 ],	Phi = 2.6282e-004
60.	N = 52,	t = [ 13 8 6 3 ],	Phi = 2.6367e-004
61.	N = 54,	t = [ 13 10 6 3 ],	Phi = 2.7782e-004
62.	N = 40,	t = [ 10 6 5 2 ],	Phi = 3.0400e-004
63.	N = 33,	t = [ 8 5 4 2 ],	Phi = 3.2553e-004
64.	N = 42,	t = [ 10 8 5 2 ],	Phi = 3.3461e-004
65.	N = 38,	t = [ 9 6 5 2 ],	Phi = 3.4908e-004
66.	N = 45,	t = [ 11 7 6 2 ],	Phi = 3.7716e-004
67.	N = 37,	t = [ 9 7 4 2 ],	Phi = 3.9575e-004
68.	N = 39,	t = [ 9 7 5 2 ],	Phi = 4.1666e-004
69.	N = 47,	t = [ 12 7 6 2 ],	Phi = 5.4224e-004
70.	N = 32,	t = [ 8 6 4 1 ],	Phi = 6.2660e-004
71.	N = 29,	t = [ 7 5 4 1 ],	Phi = 6.6567e-004
72.	N = 27,	t = [ 7 5 3 1 ],	Phi = 6.7756e-004
73.	N = 25,	t = [ 6 5 3 1 ],	Phi = 7.0641e-004
74.	N = 31,	t = [ 8 5 4 1 ],	Phi = 7.0832e-004
75.	N = 35,	t = [ 9 5 4 2 ],	Phi = 7.1379e-004
76.	N = 19,	t = [ 5 3 2 1 ],	Phi = 7.6797e-004
77.	N = 22,	t = [ 5 4 3 1 ],	Phi = 8.5872e-004
78.	N = 20,	t = [ 5 4 2 1 ],	Phi = 1.0231e-003
79.	N = 28,	t = [ 7 4 3 2 ],	Phi = 1.1084e-003
80.	N = 26,	t = [ 7 4 3 1 ],	Phi = 1.1180e-003
81.	N = 21,	t = [ 5 3 3 1 ],	Phi = 1.1355e-003
82.	N = 30,	t = [ 7 6 4 1 ],	Phi = 1.2585e-003
83.	N = 16,	t = [ 4 2 2 1 ],	Phi = 1.4091e-003
84.	N = 23,	t = [ 6 3 3 1 ],	Phi = 1.4445e-003
85.	N = 18,	t = [ 4 4 2 1 ],	Phi = 2.5298e-003
86.	N = 12,	t = [ 3 2 1 1 ],	Phi = 2.6395e-003
87.	N = 14,	t = [ 3 2 2 1 ],	Phi = 2.7821e-003
88.	N = 15,	t = [ 3 3 2 1 ],	Phi = 3.7184e-003
89.	N = 13,	t = [ 3 3 1 1 ],	Phi = 5.3688e-003
90.	N = 10,	t = [ 2 2 1 1 ],	Phi = 6.2831e-003
91.	N = 9,	t = [ 2 1 1 1 ],	Phi = 6.7657e-003
92.	N = 11,	t = [ 3 1 1 1 ],	Phi = 7.3024e-003
93.	N = 7,	t = [ 1 1 1 1 ],	Phi = 2.3621e-002