

Ἡ Κλίμακα τοῦ Δευτέρου Ὕψους κατά τόν Χρῦσανθο

Μέρος τῆς ἐργασίας «Μέθοδος Δημιουργίας Κλιμάκων», [1]

Δρ. Παναγιώτης Δ. Παπαδημητρίου

πρώτη πρόχειρη ἔκδοση 0.9, 28/2/2014

τρέχουσα πρόχειρη ἔκδοση 0.92, 1/3/2014.

τοποθεσία ἄρθρου: <http://psaltiki.gr/articles/papadimitriou/016c-Xrusan0os-B-Papadimitriou.pdf>

(<http://psaltiki.gr/articles/papadimitriou/016c-Xrusan0os-B-Papadimitriou-v0p92.pdf>)

1. Γενικά

Ὁ Ἀρχιεπίσκοπος Χρυσάνθος ἐκ Μαδύτων, στὸ μικρὸ του θεωρητικὸ μᾶς παρέδωσε τὴν κατ'αὐτὸν κλίμακα τοῦ δευτέρου ἤχου [2, σ. 31], σὲ μορφή ἀκεραίων τμημάτων, χωρὶς νὰ μᾶς δώσει παράλληλα καὶ τὴν ἀντίστοιχη κλίμακα μὲ μορφή λόγων/κλασμάτων τὴν ὁποία «συγκέρασε». Μαζὶ μὲ τὸ γεγονὸς ὅτι τὰ ἀκέραια τμήματα τοῦ Χρυσάνθου δὲν ἀντιστοιχοῦν ἀκριβῶς στὰ γνωστὰ μᾶς μόρια [3, 4], ἡ κλίμακα τοῦ β' ἤχου τοῦ Χρυσάνθου παραμένει γρίφος ὡς πρὸς τὴν ἀκρίβεια της.

2. Ἡ κλίμακα τοῦ Χρυσάνθου ἀπὸ τὸ μικρὸ θεωρητικὸ

Ἡ κλίμακα τοῦ Χρυσάνθου τοῦ δευτέρου ἤχου δίνεται στὴν εἰκόνα 1 [2, σ. 31].

κεφαρω ς	7	Νη ς	κεφαρω
κεχεαλιες θ		Ζω ζ	κεαλιες
κεφαρω ς	12	Κε ς	κεφαρω
κεχεαλιες θ		Δι Δ	κεαλιες
κεφαρω ς	7	Γα ς	κεφαρω
κεχεαλιες θ		Βε β	κεαλιες
κεφαρω ς	12	Πα ς	κεφαρω
κεχεαλιες θ		Νη ς	κεαλιες

Εἰκόνα 1. Κλίμακα τοῦ Δευτέρου ἤχου τοῦ Χρυσάνθου.

Στὸ παρελθὸν ἔχουν γίνεи πολλὲς συζητήσεις καὶ διαλέξεις γύρω ἀπὸ τὴν κλίμακα τοῦ δευτέρου ἤχου τοῦ Χρυσάνθου, π.χ. [7], [8].

Ἡ κλίμακα αὐτὴ ἀποτελεῖται ἀπὸ δύο ὅμοια τετράχορδα 7-12-7 (ἄθροισμα 26), διαξευγμένα κατὰ τόνο μείζονα 12, με συνολικὸ ἄθροισμα τμημάτων 64. Ἀλλιῶς μποροῦμε νὰ τὴν δοῦμε ὡς ἀποτελούμενη ἀπὸ συνημμένα τρίχορδα 7-12.

Ἐπὶ τούτων ὑπάρχουν τέσσερα ζητήματα μὲ αὐτὴν τὴν κλίμακα:

- Δεν μᾶς ἔχει παραδώσει ὁ Χρῦσανθος τὴν ἀντίστοιχη ἀσυγκέραστη κλίμακα ἀπὸ τὴν ὁποία συμπέρανε (συγκέρασε) τὴν κλίμακα τῆς εἰκόνας 1, οὔτε ἐπίσης ὁτιδήποτε σχετικούς ἀριθμητικούς ὑπολογισμούς.
- Τὰ ἀκέραια τμήματα τοῦ Χρυσάνθου δὲν ἀντιστοιχοῦν ἀκριβῶς στὰ γνωστά μας μόρια, ὅπως ἐξάγεται ἀπὸ τὴν σύγκριση τῆς διατονικῆς τοῦ Χρυσάνθου (ἀσυγκέραστη-συγκερασμένη), δῆς [3, 4, 5].
- Τὸ 7 τοῦ Χρυσάνθου, στὴν διατονικὴ κλίμακα εἶδαμε ὅτι εἶναι στὴν οὐσία 8 στά 68 (9 στά 72), δῆς [3, 4, 5], ὁπότε ἡ κλίμακα τῆς εἰκόνας 1 εἶναι ὑπὸ ἀμφισβήτηση.
- Ἡ κλίμακα αὐτὴ, ἔχει τὰ τετράχορδα 7-12-7 μὲ ἄθροισμα 26 (ἀντὶ 28) καὶ ἔχει συνολικὸ ἄθροισμα 64 καὶ ὄχι 68 ποὺ μᾶς ἔχει συνηθίσει ὁ Χρῦσανθος.

Αὐτὰ τὰ ζητήματα θὰ προσπαθήσει νὰ λύσει τὸ παρὸν ἄρθρο.

3. Ἡ κλίμακα τοῦ Χρυσάνθου σύμφωνα μὲ τὴν μέθοδό μας

Ἡ μοναδικὴ ἀσυγκέραστη κλίμακα ποὺ μᾶς δίνει ὁ Χρῦσανθος, [6, σ. 26-28] εἶναι ἡ τοῦ διατονικοῦ γένους:

Νη - 9/8 - Πα - 12/11 - Βου - 88/81 - Γα - 9/8 - Δι - 9/8 - Κε - 12/11 - Ζω' - 88/81 - Νη',

καὶ σὲ σχετικὰ μήκη χορδῶν:

Νη	Πα	Βου	Γα	Δι	Κε	Ζω'	Νη'
1	8/9	22/27	3/4	2/3	16/27	44/81	1/2

ἢ ἰσοδύναμα,

Νη	Πα	Βου	Γα	Δι	Κε	Ζω'	Νη'
1	8/9	4/5*55/54	3/4	2/3	16/27	8/15*55/54	1/2

ὅπου: $55/54 = 10/9 : 12/11 = 16/15 \times 25/24 : 12/11$.

Σύμφωνα μὲ τὴν μέθοδό μας «Μέθοδος Δημιουργίας Κλιμάκων», [1], καὶ χρησιμοποιώντας ὡς βάση τὴν ἀνωτέρω (ἀσυγκέραστη) διατονικὴ κλίμακα τοῦ Χρυσάνθου, δημιουργήσαμε τὴν ἐξῆς κλίμακα τοῦ δευτέρου ἤχου:

Κλίμακα τοῦ Δευτέρου ᾠχου κατὰ τὸν Χρῦσανθο, σύμφωνα μὲ τὴν μέθοδό μας [1]:

Νη- 88/81 -Πα- 2187/1936 -Βου- 88/81 -Γα- 9/8 - Δι- 88/81 -Κε- 2187/1936 - Ζω'- 88/81 - Νη'

ἦ

88/81 2187/1936 88/81 9/8 88/81 2187/1936 88/81

καὶ σὲ σχετικὰ μήκη χορδῶν:

Νη	Πα	Βου	Γα	Δι	Κε	Ζω'	Νη'
1	81/88	22/27	3/4	2/3	27/44	44/81	1/2

Ὁ συγκερασμὸς τῆς κλίμακας αὐτῆς σύμφωνα μὲ τὴν μέθοδο συγκερασμοῦ [3] δίνει:

1. Συγκερασμὸς **68** μορίων:

8 - 12 - 8 - 12 - 8 - 12 - 8 (μὲ ἀκρίβεια συγκερασμοῦ $\Phi= 3.5085e-005$)

Νη - 8 - Πα - 12 - Βου - 8 - Γα - 12 - Δι - 8 - Κε - 12 - Ζω' - 8 - Νη'

Ἡ ὁμοιότητα μὲ τὴν κλίμακα τῆς εἰκόνας 1 εἶναι προφανής. Ἐπιπλέον ἐκεῖ ποὺ ὁ Χρῦσανθος ἔχει 7 (πρβλ. εἰκόνα 1), ἡ κλίμακά μας δίνει 8 (ποὺ εἶναι καὶ ἡ σωστὴ ἀντιστοίχιση (τοῦ Χρυσάνθειου διατονικοῦ 7) σὲ 68 μόρια ὡς προείπαμε, [4]).

2. Συγκερασμὸς **72** μορίων:

9 - 12 - 9 - 12 - 9 - 12 - 9 (μὲ ἀκρίβεια συγκερασμοῦ 1.7659e-004)

3. Συγκερασμὸς **1200** μορίων:

143 - 212 - 143 - 204 - 143 - 212 - 143 (μὲ ἀκρίβεια συγκερασμοῦ 1.1642e-006)

Καὶ χάριν πληρότητας οἱ συγκερασμοὶ γιὰ 66 καὶ 53 μόρια ἔχουν ὡς ἑξῆς:

Συγκερασμὸς 66 μορίων:

8 - 12 - 8 - 10 - 8 - 12 - 8 (μὲ ἀκρίβεια συγκερασμοῦ 2.5302e-004)

Συγκερασμὸς 53 μορίων:

6 - 10 - 6 - 9 - 6 - 10 - 6 (μὲ ἀκρίβεια συγκερασμοῦ 2.9461e-004)

Κατάλογος μὲ συγκερασμοὺς τῆς κλίμακας μέχρι 100 μόρια δίνεται στὸ παράρτημα τοῦ παρόντος ἄρθρου, βάσει τῆς μεθόδου [3].

Θεωροῦμε, ὅτι ἡ ἀσυγκέραστη κλίμακα (88/81 2187/1936 88/81 9/8 88/81 2187/1936 88/81) καὶ ἡ συγκερασμένη κλίμακα στὰ 68 (8 12 8 12 8 12 8) ποὺ δημιουργήσαμε σὲ αὐτὴν τὴν ἐνότητα, ἀντιπροσωπεύουν κατ' ἀκρίβεια τὴν κλίμακα τοῦ Χρυσάνθου στὸν Δεύτερο ᾠχο (πρβλ. κλίμακα εἰκόνας 1).

Συνεπῶς αὐτὴ ἡ κλίμακα ἀσυγκέραστη-συγκερασμένη λύνει τὰ προαναφερθέντα ζητήματα τῆς κλίμακας τοῦ Χρυσάνθου, πρβλ. εἰκόνα 1.

- Τό 7 ἔχει γίνει 8 (68) τὸ ὁποῖο εἶναι καὶ τὸ σωστό, βλέπε [4], κατόπιν συγκερασμοῦ [3].
- Τὰ τετράχορδα τῶρα ἔχουν ἄθροισμα 28 (68), καὶ ἡ κλίμακα ἔχει συνολικὸ ἄθροισμα 68.
- Ὑπάρχει πλέον ἀσυγκέραστη κλίμακα προσεγγίζουσα τὴν κλίμακα τοῦ β' ἤχου κατὰ τὸν Χρυσάνθο.

Νὰ σημειωθεῖ ὅτι οἱ κλίμακες 8-12... (68) ἢ 9-12... (72) ἔχουν ἀναφερθεῖ στὸ παρελθόν [7], ἀλλὰ ἡ δική μας συνεισφορὰ εἶναι ὅτι δημιουργήσαμε (δὲν ἔχουμε ὑπόψιν παρόμοια ἐργασία) τὴν ἀσυγκέραστη κλίμακα ἀπὸ τὴν ὁποία προήλθαν οἱ ἀνωτέρω συγκερασμένες.

Ἐπίλογος

Σύμφωνα μὲ τὸ γεγονός ὅτι δὲν ἔχει ἔρθει στὴν ἀντίληψή μας ἄλλη παρόμοια ἐργασία στὴν κλίμακα τοῦ Β' ἤχου τοῦ Χρυσάνθου ποὺ νὰ δίνει τὴν ἀσυγκέραστη κλίμακα, σὲ αὐτὸ τὸ ἄρθρο συνεισφέραμε στὴν Ψαλτικὴ Τέχνη τὰ ἑξῆς:

1. Δημιουργήσαμε τὴν «κατὰ Χρυσάνθο» ἀσυγκέραστη κλίμακα τοῦ Β' ἤχου σύμφωνα μὲ τὴν μέθοδό μας [1] βασιζόμενοι στὴν ἀσυγκέραστη διατονικὴ τοῦ Χρυσάνθου.
2. Ἡ ἀντίστοιχη συγκερασμένη κλίμακα ἔλυσε τὰ διάφορα ζητήματα ποὺ προέκυπταν ἀπὸ τὴν «γριφώδη» κλίμακα τοῦ Χρυσάνθου ποὺ μᾶς παρέδωσε στὸ μικρὸ θεωρητικὸ του (εἰκόνα 1).

Τρόπον τινὰ θὰ λέγαμε ὅτι ἡ ἐργασία μας αὐτὴ «συμπληρώνει» καὶ «τεκμηριώνει» τὴν διδασκαλία τοῦ Χρυσάνθου στὴν κλίμακα τοῦ δευτέρου ἤχου.

Τέλος καὶ τῷ Θεῷ δόξα.

Βιβλιογραφία

- [1] Παν. Δ. Παπαδημητρίου, **Μέθοδος Δημιουργίας Κλιμάκων**, ἀνέκδοτη: ὑπὸ συγγραφή (2014).
- [2] Χρυσάνθου τοῦ ἐκ Μαδύτων, **Εἰσαγωγή εἰς τὸ Θεωρητικὸν καὶ Πρακτικὸν τῆς Ἐκκλησιαστικῆς Μουσικῆς**, Ἐν Παρισίοις, 1821 (ἀνατύπωσις ἐκδ. Κουλτούρα).
- [3] Παν. Δ. Παπαδημητρίου, **Μέθοδος συγκερασμοῦ κλιμάκων - οἱ διατονικὲς κλίμακες τοῦ Διδύμου, τῆς Ἐπιτροπῆς, τοῦ Χρυσάνθου, καὶ οἱ συγκράσεις τους**, draft v.1, 22/6/2005 and draft v.2, 29/6/2005, http://byzantine-music.gr/Klimakes/diatonikh_sugkrash1881.html .
- [4] Παν. Δ. Παπαδημητρίου, **Τὸ ἀριθμητικὸ λάθος τοῦ Χρυσάνθου τοῦ ἐκ Μαδύτων, ὡς πρὸς τὰ τμήματα 12-9-7, καὶ τὸ ἀσυμβίβαστον τῆς μεθοδολογίας του**, draft v.1, 12/8/2005 καὶ draft v.3, 16/8/2005, http://byzantine-music.gr/Klimakes/004_La0os_Xrusan0ou_12-9-7.html .
- [5] Παν. Δ. Παπαδημητρίου, **Κατάλογος τῶν Συγκερασμῶν ὅλων τῶν Βυζαντινῶν Διατονικῶν Κλιμάκων μέχρι καὶ σὲ 1200 μουσικὰ διαστήματα (κόμματα)**, 13/9/2005, http://byzantine-music.gr/Klimakes/005a_catalogue_of_all_diatonicsigkerasmoi_upto1200_09132005.pdf .
- [6] Χρυσάνθου τοῦ ἐκ Μαδύτων, **Θεωρητικὸν Μέγα τῆς Μουσικῆς**, Τεργέστη 1832 (ἀνατύπωσις ἐκδ. Κουλτούρα).
- [7] Συζήτηση στὸ φόρουμ Ψαλτολόγιον, **Ἡ κατὰ ομοίαν διφωνία πορεία του Β ἤχου καὶ ἡ σχέση της με τὴν μαλακὴ διατονικὴ κλίμα**, <http://analogion.com/forum/showthread.php?t=658> .
- [8] Νικολάου Θεοδοκάτου, **Ὁ β' ἤχος κατὰ τὸν Χρῦσανθο ἐκ Μαδύτων**, http://www.sholeionpsaltikis.gr/media/files/eggrafa_pdf/N.%20TH.%20os%20ixos%20perili_psi.pdf .

Παράρτημα

1. Λίστα με συγκερασμούς μέχρι 100 μόρια της κλίμακας, σύμφωνα με την μέθοδο [3]:

88/81	2187/1936	88/81	9/8	88/81	2187/1936	88/81
--------------	------------------	--------------	-----	--------------	------------------	--------------

Η αντίστοιχη συγκερασμένη κλίμακα για οποιοδήποτε N δίνεται ως έξης (t, το συγκερασμένο διάνυσμα):

$$t(3) \quad t(1) \quad t(3) - t(2) - t(3) \quad t(1) \quad t(3)$$

Η λίστα είναι ταξινομημένη ανάλογα με την ακρίβεια συγκερασμού για διαφορετικό N.

1.	N = 92,	t = [16 16 11],	Phi = 1.4409e-005
2.	N = 75,	t = [13 13 9],	Phi = 1.5381e-005
3.	N = 84,	t = [15 14 10],	Phi = 1.6025e-005
4.	N = 91,	t = [16 15 11],	Phi = 1.9523e-005
5.	N = 58,	t = [10 10 7],	Phi = 2.1209e-005
6.	N = 99,	t = [17 17 12],	Phi = 2.9123e-005
7.	N = 67,	t = [12 11 8],	Phi = 3.2892e-005
8.	N = 17,	t = [3 3 2],	Phi = 3.5085e-005
9.	N = 34,	t = [6 6 4],	Phi = 3.5085e-005
10.	N = 51,	t = [9 9 6],	Phi = 3.5085e-005
11.	N = 68,	t = [12 12 8],	Phi = 3.5085e-005
12.	N = 85,	t = [15 15 10],	Phi = 3.5085e-005
13.	N = 94,	t = [17 16 11],	Phi = 4.5370e-005
14.	N = 41,	t = [7 7 5],	Phi = 4.5467e-005
15.	N = 82,	t = [14 14 10],	Phi = 4.5467e-005
16.	N = 74,	t = [13 12 9],	Phi = 4.5949e-005
17.	N = 98,	t = [17 16 12],	Phi = 5.2612e-005
18.	N = 77,	t = [14 13 9],	Phi = 6.0715e-005
19.	N = 50,	t = [9 8 6],	Phi = 8.0817e-005
20.	N = 100,	t = [18 16 12],	Phi = 8.0817e-005
21.	N = 65,	t = [11 11 8],	Phi = 8.1945e-005
22.	N = 95,	t = [17 17 11],	Phi = 9.3949e-005
23.	N = 60,	t = [11 10 7],	Phi = 9.4254e-005
24.	N = 81,	t = [14 13 10],	Phi = 9.9159e-005
25.	N = 89,	t = [15 15 11],	Phi = 1.0345e-004
26.	N = 93,	t = [17 15 11],	Phi = 1.0793e-004
27.	N = 57,	t = [10 9 7],	Phi = 1.1116e-004
28.	N = 78,	t = [14 14 9],	Phi = 1.1186e-004
29.	N = 87,	t = [16 15 10],	Phi = 1.3202e-004
30.	N = 83,	t = [15 13 10],	Phi = 1.3732e-004
31.	N = 61,	t = [11 11 7],	Phi = 1.4337e-004
32.	N = 90,	t = [16 14 11],	Phi = 1.4461e-004
33.	N = 88,	t = [15 14 11],	Phi = 1.7357e-004
34.	N = 76,	t = [14 12 9],	Phi = 1.7604e-004
35.	N = 24,	t = [4 4 3],	Phi = 1.7659e-004
36.	N = 48,	t = [8 8 6],	Phi = 1.7659e-004
37.	N = 72,	t = [12 12 9],	Phi = 1.7659e-004
38.	N = 96,	t = [16 16 12],	Phi = 1.7659e-004
39.	N = 97,	t = [17 15 12],	Phi = 1.7985e-004
40.	N = 43,	t = [8 7 5],	Phi = 1.8326e-004

Π. Παπαδημητρίου - Η κλίμακα του Δευτέρου Ήχου κατά τον Χρυσάνθο

41.	N = 86,	t = [16 14 10],	Phi = 1.8326e-004
42.	N = 70,	t = [13 12 8],	Phi = 1.8430e-004
43.	N = 64,	t = [11 10 8],	Phi = 1.9905e-004
44.	N = 44,	t = [8 8 5],	Phi = 2.1007e-004
45.	N = 33,	t = [6 5 4],	Phi = 2.5302e-004
46.	N = 66,	t = [12 10 8],	Phi = 2.5302e-004
47.	N = 73,	t = [13 11 9],	Phi = 2.5934e-004
48.	N = 71,	t = [13 13 8],	Phi = 2.7847e-004
49.	N = 79,	t = [13 13 10],	Phi = 2.8500e-004
50.	N = 69,	t = [13 11 8],	Phi = 2.9083e-004
51.	N = 53,	t = [10 9 6],	Phi = 2.9461e-004
52.	N = 80,	t = [15 14 9],	Phi = 2.9599e-004
53.	N = 40,	t = [7 6 5],	Phi = 3.0588e-004
54.	N = 59,	t = [11 9 7],	Phi = 3.2144e-004
55.	N = 55,	t = [9 9 7],	Phi = 3.4094e-004
56.	N = 27,	t = [5 5 3],	Phi = 4.1190e-004
57.	N = 54,	t = [10 10 6],	Phi = 4.1190e-004
58.	N = 63,	t = [12 11 7],	Phi = 4.3926e-004
59.	N = 47,	t = [8 7 6],	Phi = 4.5201e-004
60.	N = 31,	t = [5 5 4],	Phi = 5.0718e-004
61.	N = 62,	t = [10 10 8],	Phi = 5.0718e-004
62.	N = 56,	t = [10 8 7],	Phi = 5.1303e-004
63.	N = 26,	t = [5 4 3],	Phi = 5.3025e-004
64.	N = 52,	t = [10 8 6],	Phi = 5.3025e-004
65.	N = 49,	t = [9 7 6],	Phi = 5.3093e-004
66.	N = 36,	t = [7 6 4],	Phi = 5.9659e-004
67.	N = 42,	t = [8 6 5],	Phi = 7.0201e-004
68.	N = 37,	t = [7 7 4],	Phi = 7.4435e-004
69.	N = 46,	t = [9 8 5],	Phi = 7.6277e-004
70.	N = 38,	t = [6 6 5],	Phi = 8.0798e-004
71.	N = 45,	t = [9 7 5],	Phi = 1.0119e-003
72.	N = 23,	t = [4 3 3],	Phi = 1.1966e-003
73.	N = 39,	t = [7 5 5],	Phi = 1.2140e-003
74.	N = 35,	t = [7 5 4],	Phi = 1.2264e-003
75.	N = 30,	t = [5 4 4],	Phi = 1.3302e-003
76.	N = 16,	t = [3 2 2],	Phi = 1.4236e-003
77.	N = 32,	t = [6 4 4],	Phi = 1.4236e-003
78.	N = 29,	t = [6 5 3],	Phi = 1.7934e-003
79.	N = 19,	t = [4 3 2],	Phi = 2.0560e-003
80.	N = 10,	t = [2 2 1],	Phi = 2.1454e-003
81.	N = 20,	t = [4 4 2],	Phi = 2.1454e-003
82.	N = 25,	t = [5 3 3],	Phi = 2.1904e-003
83.	N = 28,	t = [6 4 3],	Phi = 2.6433e-003
84.	N = 7,	t = [1 1 1],	Phi = 2.9927e-003
85.	N = 14,	t = [2 2 2],	Phi = 2.9927e-003
86.	N = 21,	t = [3 3 3],	Phi = 2.9927e-003
87.	N = 9,	t = [2 1 1],	Phi = 4.9017e-003
88.	N = 18,	t = [4 2 2],	Phi = 4.9017e-003
89.	N = 22,	t = [5 4 2],	Phi = 5.2722e-003
90.	N = 12,	t = [3 2 1],	Phi = 1.0007e-002
91.	N = 13,	t = [3 3 1],	Phi = 1.0195e-002
92.	N = 15,	t = [4 3 1],	Phi = 1.7453e-002
93.	N = 11,	t = [3 1 1],	Phi = 1.7729e-002